

ΑΣΚΗΣΗ 1:

Να βρείτε τα αναπτύγματα, με τη βοήθεια των ταυτοτήτων:

$$(α) \quad (\alpha + 3)^2 =$$

$$(β) \quad (2\chi^2 - \psi)^2 =$$

$$(γ) \quad (3\chi - 1)^3 =$$

$$(δ) \quad \left(6\alpha + \frac{\beta^3}{5}\right) \left(\frac{\beta^3}{5} - 6\alpha\right) =$$

ΑΣΚΗΣΗ 2:

Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να ισχύουν οι ισότητες:

$$(α) \quad (\chi + \dots)^2 = \dots + \dots + 16$$

$$(β) \quad (\dots - 7)^2 = 9\chi^2 - \dots + \dots$$

$$(γ) \quad (\dots - \sqrt{3}\omega^2) \cdot (\dots + \dots) = \frac{9}{16}\alpha^2 - \dots$$

ΑΣΚΗΣΗ 3:

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις, χρησιμοποιώντας την κατάλληλη ταυτότητα:

$$(α) \quad 58 \cdot 62 =$$

$$(β) \quad (\sqrt{27} - \sqrt{3})^2 =$$

ΑΣΚΗΣΗ 4:

Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης A , αν $\chi\psi = -3$:

$$A = (2\chi - \psi)^2 - 4\left(\chi - \frac{\psi}{2}\right)\left(\chi + \frac{\psi}{2}\right) - 2\psi^2$$

ΑΣΚΗΣΗ 5:

Να αποδείξετε ότι η παράσταση K είναι σταθερή (ανεξάρτητη του β):

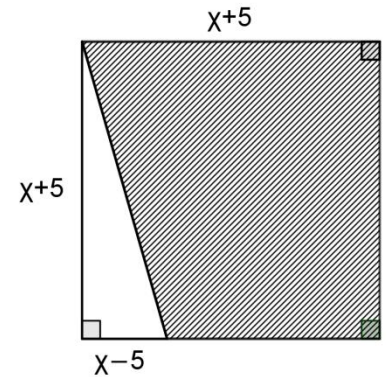
$$K = \left(\beta + \frac{4}{\beta}\right)^2 - \left(\beta - \frac{4}{\beta}\right)^2$$

ΑΣΚΗΣΗ 6:

Να αποδείξετε την πιο κάτω ταυτότητα: $(\chi - 2)^3 + 8 = \chi(\chi - 3)^2 + 3\chi$

ΑΣΚΗΣΗ 7:

Να υπολογίσετε το σκιασμένο εμβαδόν στο διπλανό σχήμα, συναρτήσει του χ (όπου $\chi > 5$).

**ΑΣΚΗΣΗ 8:**

Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό:

(α) $(\chi - \psi)^2 = \chi^2 - 2\chi\psi - \psi^2$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β) $(\omega + \psi)(\omega - \psi) = \psi^2 - \omega^2$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ) $(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \alpha^2 + \beta^2$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(δ) Αν $\alpha + \beta = 5$, τότε $(\alpha + \beta)^2 = 25$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

ΑΣΚΗΣΗ 9:

Να βρείτε τα αναπτύγματα με τη χρήση των κατάλληλων ταυτοτήτων:

(α) $(\chi + 5)^2 =$
(β) $(\alpha - 7)^2 =$
(γ) $(\alpha + 6)(\alpha - 6) =$
(δ) $(\beta + 2)^3 =$
(ε) $(\frac{\chi}{3} - 1)^3 =$
(στ) $(\chi + \frac{1}{2\chi})^2 =$
(η) $(-7\kappa^2 + \sqrt{5})^2 =$

ΑΣΚΗΣΗ 10:

Να συμπληρώσετε τα κενά:

(α) $(\chi + \dots)^2 = \dots + \dots + 9$
(β) $16\chi^2 - 8\chi\alpha \dots = (\dots - \dots)^2$
(γ) $(\dots + \psi)(\dots - \dots) = 4\chi^2 - \dots$

ΑΣΚΗΣΗ 11:

Να κάνετε τις πιο κάτω πράξεις με τη χρήση των κατάλληλων ταυτοτήτων:

$(2\chi - 3)^3 - 2(1 + 3\chi)(3\chi - 1) =$

ΑΣΚΗΣΗ 12:

Να βρείτε τα αποτελέσματα με τη βοήθεια γνωστών ταυτοτήτων:

(α) $39 \cdot 41 =$
(β) $282 =$

ΑΣΚΗΣΗ 13:

Αν $\chi + \frac{1}{\chi} = 6$, να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης $\chi^2 + \frac{1}{\chi^2}$.

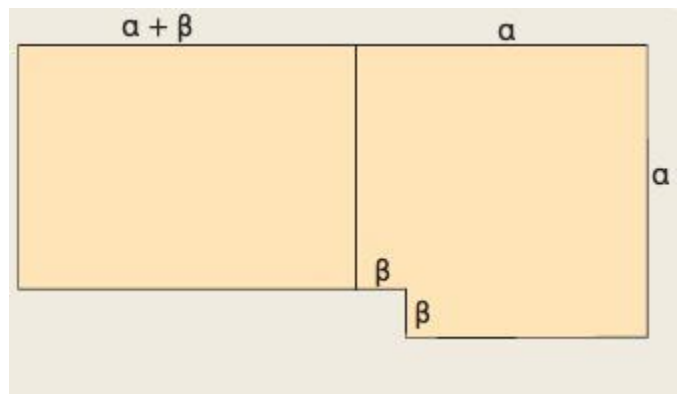
ΑΣΚΗΣΗ 14:

(α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)(\alpha^2 + \beta^2) = \alpha^4 - \beta^4$

(β) Με κατάλληλες αντικαταστάσεις και χρησιμοποιώντας την πιο πάνω ταυτότητα, να υπολογίσετε το γινόμενο: $9 \cdot 11 \cdot 101$

ΑΣΚΗΣΗ 15:

Ένας πατέρας μοίρασε ένα οικόπεδο στα δυο παιδιά του, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δυο οικόπεδα είχαν ίδιο εμβαδό ή κάποιον από τα παιδιά αδικήθηκε; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



ΑΣΚΗΣΗ 16:

Να κυκλώσετε όσες από τις παρακάτω ισότητες είναι ταυτότητες:

α) $0\chi = 0$ β) $\alpha \cdot \beta = 0$ γ) $\chi^3 \chi^2 = \chi^5$ δ) $(\chi - 3)^2 = \chi^2 + 6\chi + 9$ ε) $\chi + \psi = 0$

ΑΣΚΗΣΗ 17:

Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α) $(\alpha - 7)^2 =$

β) $(\chi + 5)(\chi + 5) =$

γ) $(\chi + 3)(3 - \chi) =$

δ) $(\alpha - 2\beta)^3 =$

ε) $(\frac{\omega}{5} + \psi^2)^2 =$

ΑΣΚΗΣΗ 18:

Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να ισχύουν οι ισότητες :

α) $\dots - 6\chi + \dots = (\chi - \dots)^2$

β) $9\chi^2 + 16 + \dots = (\dots + \dots)^2$

γ) $(\dots + \dots)(\chi^2 - \dots) = \dots - \frac{4}{25}$

ΑΣΚΗΣΗ 19:

Αν $2\chi + \psi = 8$ και $\chi \cdot \psi = 10$ να βρείτε την τιμή του $4\chi^2 + \psi^2$.

ΑΣΚΗΣΗ 20:

Να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις πιο κάτω προτάσεις:

α) $(3\chi - \psi)^2 = 3\chi^2 - 2 \cdot 3\chi\psi + \psi^2$ _____

β) $(\alpha - \beta)^2 = (\beta - \alpha)^2$ _____

γ) $(\chi - 2)(\chi + 2) = \chi^2 + 4$ _____

δ) $(-\chi - \psi)^2 = (\chi + \psi)^2$ _____

ΑΣΚΗΣΗ 21:

Να αποδείξετε ότι η παρακάτω παράσταση είναι ανεξάρτητη του α .

$$\left(\alpha + \frac{3}{\alpha}\right)^2 - \left(\alpha - \frac{3}{\alpha}\right)^2 =$$

ΑΣΚΗΣΗ 22:

Να αποδείξετε την παρακάτω ταυτότητα:

$$(3\chi + 1)^2 - (2 + 3\chi)(3\chi - 2) + 1 = 6(\chi + 1)$$

ΑΣΚΗΣΗ 23:

Δίνεται η παράσταση $A = \chi(\chi^2 + 3\chi + 7) - (\chi + 1)^3 + 2$

α) Να αποδείξετε ότι $A = 4\chi + 1$

β) Αν $B = \chi^2 + 4\chi - 3$, να αποδείξετε ότι $B - A = (\chi - 2)(\chi + 2)$

ΑΣΚΗΣΗ 24:

Αν $P(\chi) = 2\chi^2 - 5\chi + 7$, να βρείτε την τιμή της παράστασης :

$$P(\chi - 1) - [P(\chi) - 1] =$$

ΑΣΚΗΣΗ 25:

Αν $1 + \chi = 5$ να βρείτε την αριθμητική τιμή του $1 + \chi^2$

ΑΣΚΗΣΗ 26:

Αν $\chi > 0$ και $\psi > 0$ να δείξετε ότι $\chi^2 - \chi\psi + \psi^2 > 0$

(Υπόδειξη: Γράψετε το $-\chi\psi = -2\chi\psi + \chi\psi$)