

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2018

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄ Γυμνασίου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: Δευτέρα, 4 Ιουνίου 2018

ΒΑΘΜΟΣ:.....

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες

.....
ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ:

- ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι.
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 δ) Μόνο τα σχήματα μπορούν να γίνουν με τη χρήση μολυβιού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δέκα (10) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

$$\alpha) (\chi + 5)^2 =$$

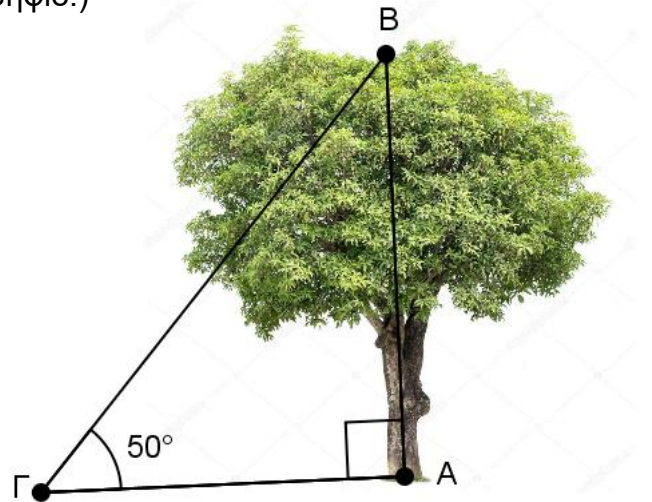
$$\beta) (\chi + 11)(\chi - 11) =$$

2. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα εξισώσεων.

$$5\chi - 6\psi = 8$$

$$3\chi + 6\psi = -24$$

3. Ο κύριος Φίλιππος στέκεται στο σημείο Γ και θέλει να υπολογίσει το ύψος ενός δέντρου. Τοποθέτησε ένα γωνιόμετρο σε απόσταση $ΑΓ = 8m$ από τον κορμό του δέντρου και υπολόγισε ότι το μέτρο της γωνιάς προς την κορυφή του δέντρου είναι 50° . Με την χρήση τριγωνομετρικών αριθμών να υπολογίσετε:
- α) το ύψος του δέντρου και
 - β) την απόσταση ΒΓ.
- (Οι απαντήσεις σας να δοθούν με ένα δεκαδικό ψηφίο.)



4. Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τις πιο κάτω παραστάσεις:

(Μονάδες: 1 / 1 / 1 / 2)

α) $x^2 - 11x =$

β) $x^2 - 16\psi^2 =$

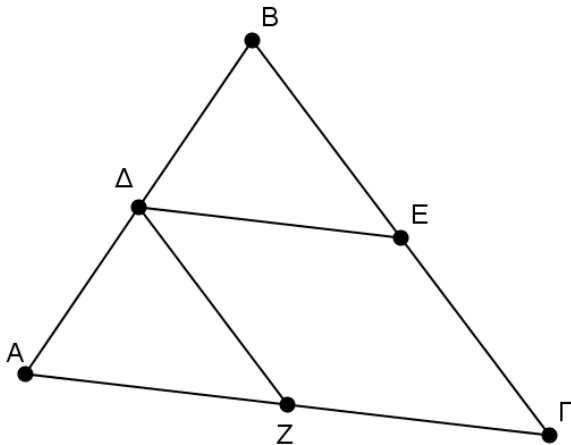
γ) $x^2 - 5x - 6 =$

δ) $x^2 - \psi^2 - 15x + 15\psi =$

5. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο μια γωνία του ισούται με 30° , τότε η απέναντι πλευρά της, ισούται με το μισό της υποτεινουσας.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
Ένα παραλληλόγραμμο που οι διαγώνιοί του ισούνται είναι ρόμβος.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
Το τετράπλευρο που έχει τις απέναντι πλευρές του ίσες, οι διαγώνιοί του ισούνται και τέμνονται κάθετα είναι τετράγωνο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το ύψος το οποίο φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας, είναι ίσο με το μισό της υποτεινουσας.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
Δύο ορθογώνια τρίγωνα, τα οποία έχουν τις δύο οξείες γωνίες τους ίσες μία προς μία, είναι πάντοτε ίσα.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Τα σημεία Δ, Ε και Ζ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΒΓ και ΑΓ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΔΒΕ και ΑΔΖ είναι ίσα. Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



7. Να λύσετε την εξίσωση:

$$(2\chi - 1)^2 = \chi$$

8. Γυναικείο άρωμα πωλείται σε δύο συσκευασίες, στην ίδια τιμή. Η πρώτη συσκευασία είναι σε σχήμα τετραγωνικής πυραμίδας με παράπλευρο ύψος $(4\sqrt{13})$ cm και ύψος 12cm. Η δεύτερη συσκευασία είναι σε σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με μήκος 17cm, πλάτος 5cm και ύψος ίσο με το ύψος της πυραμίδας. Να βρείτε ποια από τις δύο συσκευασίες μας συμφέρει να αγοράσουμε. Να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας.

9. Να δείξετε ότι η παράσταση: $A = \left(\frac{2x+20}{x^2-16} + 1 \right) \div \frac{x^3-8}{x^2+2x-8}$ είναι αντίστροφη της παράστασης $x-4$.

10. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{3x-1}{x+3} - \frac{3-2x}{4-x} = \frac{33-17x}{x^2-x-12}$$

**ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

1. Στα πλαίσια της ημέρας <<Καινοτομία και Επιχειρηματικότητα>> οι μαθητές του Β2 έφτιαξαν και πωλούσαν φανέλες. Οι φανέλες είχαν διαφορετικές τιμές ανάλογα με το χρώμα του τυπώματος, αν ήταν δηλαδή μαύρο ή χρυσό. Το τμήμα Α6 παράγγειλε 12 φανέλες με μαύρο τύπωμα και 5 με χρυσό τύπωμα και πλήρωσε €129. Το τμήμα Α7 παράγγειλε 8 φανέλες με μαύρο τύπωμα και 7 με χρυσό τύπωμα και πλήρωσε €119. Να βρείτε πόσα στοιχίζει μια φανέλα με μαύρο τύπωμα και πόσα μια φανέλα με χρυσό τύπωμα.

Να λύσετε το πρόβλημα με τη βοήθεια συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.

2. Δίνεται τρίγωνο $\triangle A\hat{B}\Gamma$, όπου η γωνία B είναι ίση με τη γωνία Γ ($\hat{B} = \hat{\Gamma}$). Στην πλευρά BΓ παίρνουμε σημεία Δ και Ε έτσι ώστε $B\Delta = E\Gamma$.

α) Να δείξετε ότι οι αποστάσεις ΔΖ και ΕΗ, των σημείων Δ και Ε από τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, είναι ίσες.

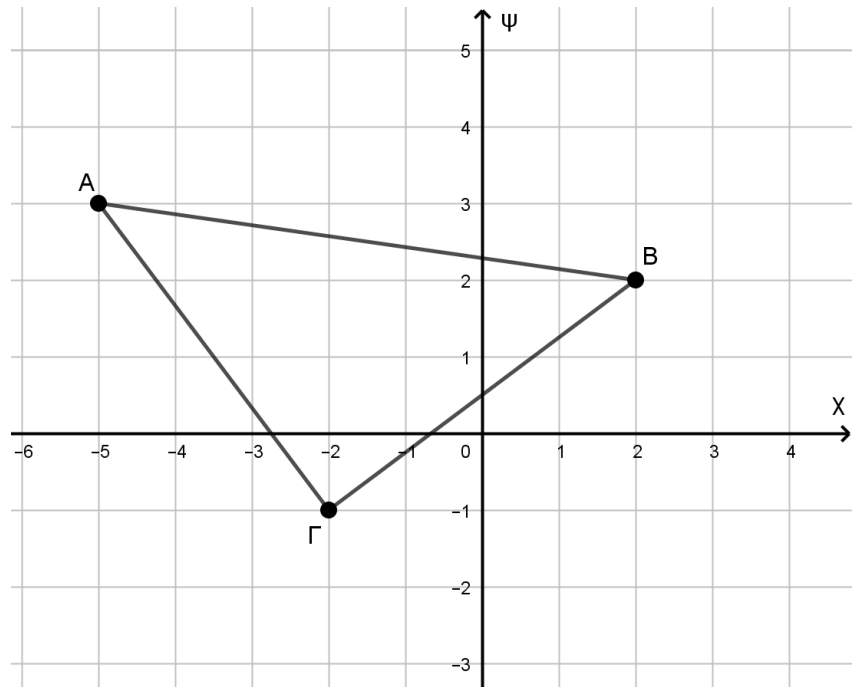
β) Δύο δρομείς αναχωρούν από το σημείο Α. Ο πρώτος ακολουθεί τη διαδρομή ΑΖΔΑ και ο άλλος την διαδρομή ΑΗΕΑ. Αν κινούνται και οι δύο με την ίδια ταχύτητα, να δείξετε ότι ο χρόνος που θα χρειαστούν για να καλύψουν τη διαδρομή είναι ο ίδιος.

Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.

3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ.

(Μονάδες: 2,5 / 2 / 2,5 / 3)

(α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές.

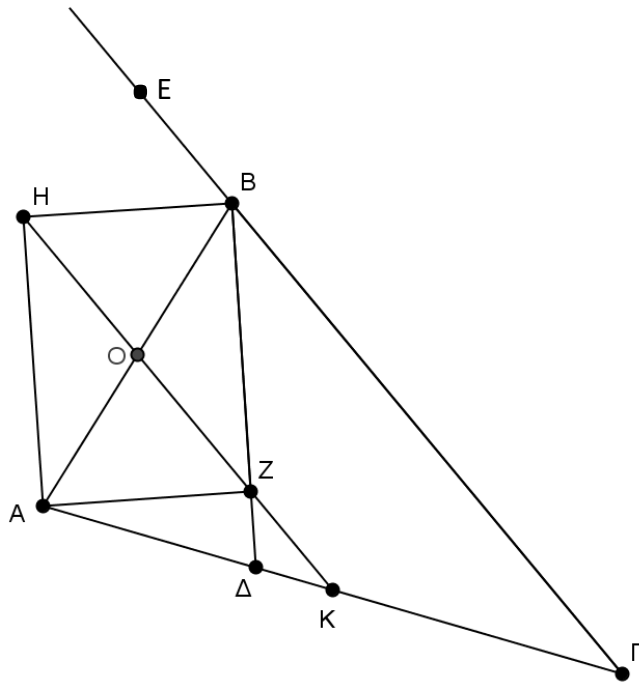


(β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου Μ του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ.

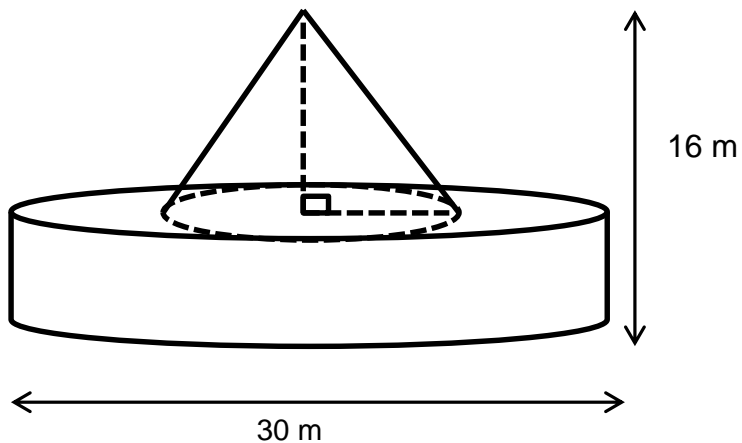
(γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο Γ και είναι παράλληλη με την ευθεία ΑΒ.

(δ) Οι πλευρές ΑΓ και ΒΓ είναι κάθετες μεταξύ τους και οι εξισώσεις τους δίνονται πιο κάτω:
ΑΓ: $3\psi = (\kappa^2 - 5\kappa)\chi - 11$ και ΒΓ: $4\psi = 3\chi + 2$. Να βρείτε τις τιμές του κ.

4. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$. Η BZ είναι η διχοτόμος της $\hat{A}B\Gamma$ και η BH είναι η διχοτόμος της $\hat{A}B\epsilon$. Αν $AZ \perp BZ$ και $AH \perp BH$ να αποδείξετε με πλήρη δικαιολογία ότι: (Μονάδες 4 / 3 / 3)
- α) Το $HBZA$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.
 β) $\hat{B}ZH = \hat{Z}B\Gamma$.
 γ) Το K είναι το μέσο της $A\Gamma$.



5. Στο πιο κάτω σχήμα, η κατασκευή αποτελείται από έναν κύλινδρο και έναν κώνο. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι $65\pi \text{ m}^2$ και η γενέτειρά του είναι 13m. Αν το άθροισμα των υψών των δύο στερεών είναι 16m και η διάμετρος της βάσης του κυλίνδρου είναι 30m, να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας της κατασκευής. (Οι απαντήσεις σας μπορούν να δοθούν συναρτήσει του π .)



Ο Διευθυντής

Γαβριήλ Γιώργος