

ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Γ΄ Γυμνασίου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: Παρασκευή, 10 Ιουνίου 2016

ΒΑΘΜΟΣ:.....

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες

.....  
ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ..... ΤΜΗΜΑ: ..... ΑΡΙΘΜΟΣ: .....

- ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.  
 β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι.  
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.  
 δ) Μόνο τα σχήματα μπορούν να γίνουν με τη χρήση μολυβιού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από εννέα (9) σελίδες.

**ΜΕΡΟΣ Α΄ :** Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.  
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα εξισώσεων.

$$2x + y = 5$$

$$3x - y = 5$$

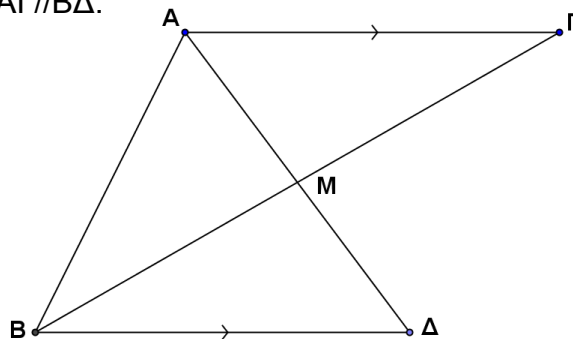
2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

α)  $(x - 4)(x + 4) =$

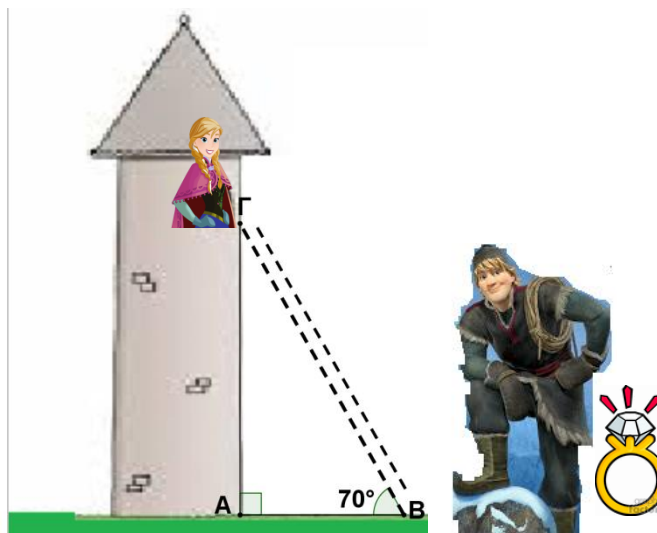
β)  $(y + 10)^2 =$

3. Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας σφαίρας με ακτίνα 3cm.  
 (Συναρτήσει του π.)

4. Στο διπλανό σχήμα, το M είναι το μέσο της BΓ και ΑΓ//ΒΔ.  
Να δείξετε ότι  $AM=MD$ .



5. Ο Κριστόφ θέλει να κάνει πρόταση γάμου στην Πριγκίπισσα Άννα. Για να ανέβει στο παράθυρο της χρησιμοποιεί μια σκάλα (BΓ).  
Αν η γωνία που σχηματίζει η σκάλα με το έδαφος είναι  $70^\circ$  και το μήκος της απόστασης της βάσης του Πύργου, από το σημείο που βρίσκεται ο Κριστόφ είναι 1m ( $AB=1m$ ) να υπολογίσετε:  
α) το μήκος της σκάλας (BΓ) που πρέπει να ανέβει ο Κριστόφ και  
β) πόσο απέχει το παράθυρο της Πριγκίπισσας Άννας από το έδαφος (ΑΓ).  
(Οι απαντήσεις σας να δοθούν με προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων.)



6. Να παραγοντοποιήσετε πλήρως τις πιο κάτω παραστάσεις:

α)  $5\chi\psi + 5\chi =$

β)  $\chi^2 + 7\chi + 6 =$

γ)  $\chi^3 + 1000 =$

δ)  $9\alpha\chi^2 + 3\alpha\chi - 6\chi\psi - 2\psi =$

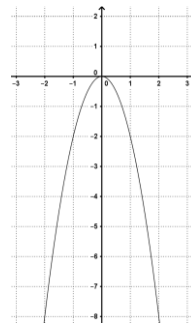
7. Να απλοποιήσετε πλήρως την πιο κάτω παράσταση:

$$\frac{(\chi^3 + 2\chi^2) \cdot (\chi - 1)}{\chi^2 - 2\chi + 1} \div \frac{\chi^2 - 4}{\chi^2 - 3\chi + 2} =$$

8. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{7\chi}{\chi^2 - \chi - 12} - \frac{\chi - 2}{4 - \chi} = \frac{3}{\chi + 3}$$

9. Δίνεται η παραβολή του διπλανού σχήματος.  
 Να βρείτε:
- Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
  - Την εξίσωση της παραβολής.
  - Τα σημεία της παραβολής με τεταγμένη  $-18$ .
  - Τις τιμές του  $\kappa$ , ώστε το σημείο  $\Gamma(\kappa, \kappa)$  να ανήκει στην παραβολή.



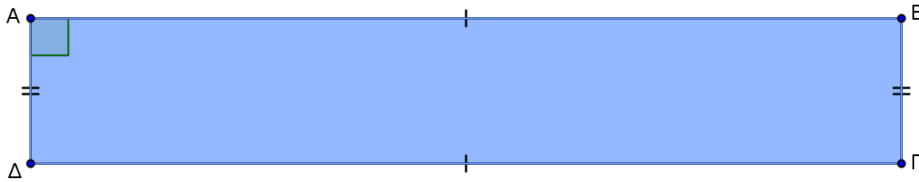
10. Ο Άλκης προσπαθεί να υπολογίσει τις συντεταγμένες ενός σημείου A που έχει σκεφτεί ο πατέρας του. Για να τον βοηθήσει ο πατέρας του, του δίνει τις πιο κάτω πληροφορίες: Το διπλάσιο της τετμημένης και το τριπλάσιο της τεταγμένης του σημείου έχουν άθροισμα 14. Το τριπλάσιο της τετμημένης αυξημένο κατά 5 είναι ίσο με το διπλάσιο της τεταγμένης του σημείου.
- Να βοηθήσετε τον Άλκη να βρει τις συντεταγμένες του σημείου που έχει σκεφτεί ο πατέρας του με τη βοήθεια συστήματος δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.
  - Αν το σημείο που έχει σκεφτεί ο πατέρας του Άλκη είναι το  $A(1,4)$  και O η αρχή των αξόνων να βρείτε:
    - το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AO και
    - τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AO.

**ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.  
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

1. α) Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$ ,  $\hat{A} = 90^\circ$  και  $\hat{B} = 30^\circ$ , να δείξετε ότι η πλευρά  $A\Gamma$  που βρίσκεται απέναντι από τη γωνία των  $30^\circ$  ισούται με το μισό της υποτείνουσας.

β) Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Φέρουμε το ύψος  $AK$ . Αν  $E$  και  $Z$  είναι τα μέσα των πλευρών  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα, να δείξετε ότι το τετράπλευρο  $AEKZ$  είναι ρόμβος.

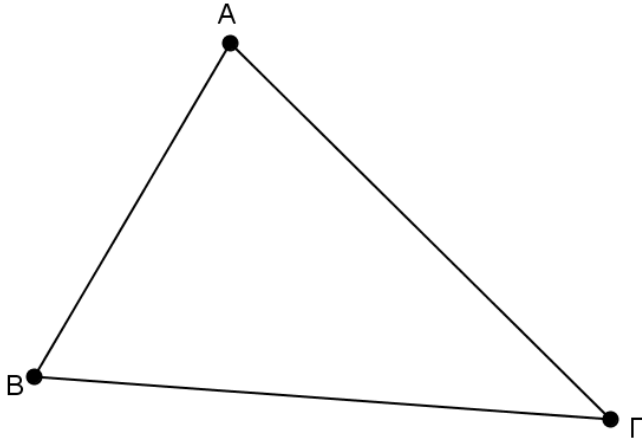
2. α) Να αναγνωρίσετε τα πιο κάτω τετράπλευρα, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



β) Αν  $AB = (4\chi + 3)^2 \text{ cm}$ ,  $B\Gamma = (3\chi - 1)^2 \text{ cm}$ ,  $HZ = (18\chi + 11) \text{ cm}$  και  $EZ = (5\chi - 1)(5\chi + 1) \text{ cm}$  να αποδείξετε ότι τα πιο πάνω σχήματα έχουν ίση περίμετρο.

γ) Η περίμετρος του τετραπλεύρου  $AB\Gamma\Delta$  είναι  $\Pi(\chi) = (50\chi^2 + 36\chi + 20) \text{ cm}$ . Να βρείτε το  $\chi$ , έτσι ώστε η περίμετρος να είναι ίση με  $106 \text{ cm}$ .

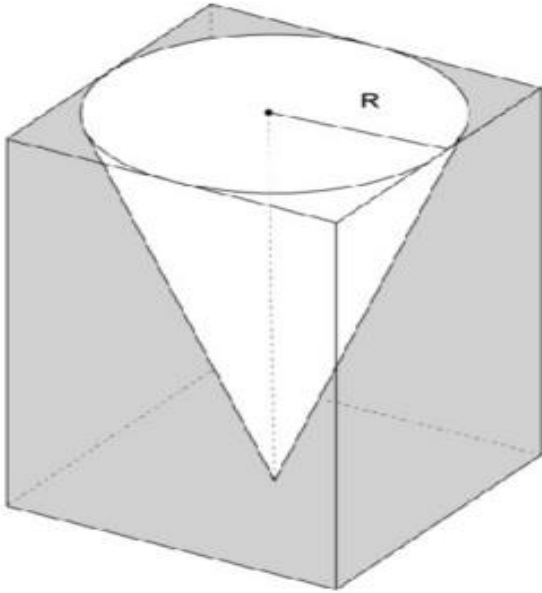
3. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο  $AB\Gamma$ . Στις πλευρές  $A\Gamma$  και  $B\Gamma$  παίρνουμε τμήματα  $\Gamma\Delta$  και  $\Gamma\epsilon$  αντίστοιχα, έτσι ώστε  $\Gamma\Delta = \Gamma\epsilon$ . Αν  $Z$  είναι τυχόν σημείο της διχοτόμου  $\Gamma\eta$  να δείξετε ότι:
- α) το τρίγωνο  $Z\Delta\epsilon$  είναι ισοσκελές και
  - β) οι αποστάσεις του σημείου  $Z$  από τις πλευρές  $A\Gamma$  και  $B\Gamma$  είναι ίσες.



4. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με κορυφές τα σημεία  $A(1,2)$ ,  $B(2,1)$  και  $\Gamma(3,-2)$ .
- α) Να αποδείξετε ότι η κλίση της  $B\Gamma$  είναι ίση με  $-3$ .
  - β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $B\Gamma$ .
  - γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους  $A\Delta$ .
  - δ) Να βρείτε τις τιμές του  $\kappa$  για τις οποίες η ευθεία  $\kappa\chi + (\kappa^2 - 4)\psi = 2$  είναι παράλληλη με την  $A\Delta$ .



5. Ο Πέτρος αγόρασε για τη γιορτή της μητέρας του ένα πέτρινο δοχείο, το οποίο είναι σε σχήμα τετραγωνικού πρίσματος που έχει μέσα γυάλινο βάζο σε σχήμα κώνου. Το εμβαδόν της βάσης του τετραγωνικού πρίσματος είναι  $144\text{ cm}^2$  και το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι  $60\pi\text{ cm}^2$ . Αν το ύψος του κώνου είναι ίσο με το ύψος του πρίσματος, να υπολογίσετε τον όγκο της πέτρας (του σκιασμένου στερεού).



**Οι Εισηγητές:**

Στυλιανοπούλου Πολυξένη (Β.Δ.)  
Χαραλαμπίδου Εύη  
Χατζηαντώνη Ανθή  
Πανάου Γιώργος

**Η Διευθύντρια**

Δρ Γεωργίου Μαρία